Смер: **Име и презиме:**

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ЈУЛ 2014 (први термин)
- исписати поступак при решавању задатака или заокружити слово испред тачног одговора -

1. (1г) Свести сличне чланове следећег полинома:
$6x-7a^2+3x^2-3x+5a^2-x^2$.

$3x-2a^2+2x^2$

2. (7а) Израчунати вредност израза: $-2\frac{1}{2}+5\frac{3}{4}-3\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-6\frac{1}{2}$.

Решење: а) 7/2 б) −1/4 в) −13/2

$-\frac{5}{2}+\frac{23}{4}-\frac{15}{4}+\frac{1}{2}-\frac{13}{2}=-\frac{17}{2}+\frac{8}{4}=-\frac{26}{4}=-\frac{13}{2}$

3. (13) Цена ћилима је снижена за 20%, па је повећана за 20%. За колико процената се променила првобитна цена?

Решење: а) 4% б) 96% в) 8%

$x\cdot 0{,}80\cdot 1{,}20=x\cdot 0{,}96$
$(1-0{,}96)\cdot 100=4\%$

4. (30) Углови троугла односе се као 2:3:4. Колико износи највећи угао?

Решење: а) 60° б) 80° в) 100°

$\alpha:\beta:\gamma=2:3:4$
$\alpha+\beta+\gamma=2k+3k+4k=180^\circ$
$\Rightarrow 9k=180^\circ \Rightarrow k=20$

$\alpha=40^\circ, \beta=60^\circ, \gamma=80^\circ$

5. (33ђ) Решити једначину: $8-4x-\frac{2+3x}{6}=3-\frac{10x+5}{3}$. $/\cdot 6$

Решење: а) $x=0$ б) $x=4/5$ в) $x=38/7$

$48-24x-2-3x=18-20x-10$
$46-27x=8-20x$
$38=7x$
$x=38/7$

6. (38) Одредити вредност параметра b ако је познато да график функције $y = -3x + b$ пролази кроз тачку $A(-2,-4)$.

Решење: а) $b = -6$ б) $b = -8$ в) $b = -10$

$-4 = -3 \cdot (-2) + b$
$-4 = 6 + b$
$\Rightarrow b = -10$

7. (45з) Решити систем једначина: $\begin{array}{l} x : y = 1 : 2 \\ 5x - 7y = -36 \end{array}$.

$2x = y \Rightarrow \boxed{y = 8}$

$5x - 7y = -36 \Rightarrow 5x - 14x = -36$
$\Rightarrow -9x = -36$
$\Rightarrow \boxed{x = 4}$

$(x, y) = (4, 8)$

8. (53в) Решити неједначину: $\frac{2x-8}{5} \geq 7$.

Решење: а) $x \geq 43/2$ б) $x \geq 27/2$ в) $x \leq 4$

$2x - 8 \geq 35$
$2x \geq 43$
$x \geq \frac{43}{2}$

9. (58ђ) Израчунати: $\frac{3^{-12} \cdot 9^{8}}{(-3)^{4}}$.

$$\frac{3^{-12} \cdot 3^{16}}{3^4} = \frac{3^4}{3^4} = 1$$

10. (61н) Рационалисати израз: $\frac{-8}{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}$.

Решење: а) $\frac{-8\sqrt{3} + 4\sqrt{6}}{3}$ б) $\frac{8}{-2\sqrt{3} + \sqrt{6}}$ в) $\frac{4\sqrt{3} - 3\sqrt{6}}{18}$

$$-\frac{8}{2\sqrt{3} + \sqrt{6}} \cdot \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{6}}{2\sqrt{3} - \sqrt{6}} = \frac{-16\sqrt{3} + 8\sqrt{6}}{4 \cdot 3 - 6} = \frac{2(-8\sqrt{3} + 4\sqrt{6})}{6} = \frac{-8\sqrt{3} + 4\sqrt{6}}{3}$$

11. (62в) Израчунати: $i^{21} - i^{17} + i^{36} - i^{42}$.

Решење: а) i б) 2 в) -1

$i^{21} = i^{4 \cdot 5 + 1} = i^1$
$i^{17} = i^{4 \cdot 4 + 1} = i^1$
$i^{36} = 1$, $i^{42} = i^{4 \cdot 10 + 2} = i^2 = -1$

$i - i + 1 - (-1) = 2$

12. (67е) Решити следећу једначину: $(x-2)(x-3)=x$.

Решење: а) $x_1 = 3-\sqrt{3}$, $x_2 = 3+\sqrt{3}$ б) $x_1 = 2$, $x_2 = 3$ в) $x_1 = 2-3i$, $x_2 = 2+3i$

$x^2-5x+6-x=0 \Rightarrow x^2-6x+6=0 \Rightarrow (x-3)^2-3=0$

$\Rightarrow (x-3)^2=3$

$\Rightarrow x-3=\pm\sqrt{3}$

$x=3\pm\sqrt{3}$

13. (72а) Решити квадратну неједначину: $x^2 > 9$.

Решење: а) $x \in \{\ \}$ б) $x \in (-\infty,-3) \cup (3,+\infty)$ в) $x \in (-3,3)$

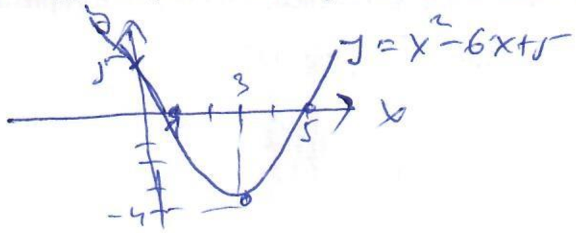
$x^2-9>0$

$x \in (-\infty,-3) \cup (3,+\infty)$

14. (74б) Конструисати график следеће функције и довести је на канонички облик: $y = x^2-6x+5$.

$y=(x-3)^2-4$

$T(3,-4)$



15. (83б) Израчунати вредност израза: $2+\sin^2\frac{\pi}{3}+2\cos^2\frac{\pi}{2}-\sin\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{6}$.

Решење: а) $\frac{2-9\sqrt{3}}{4}$ б) $\frac{\sqrt{3}+21}{18}$ в) $\frac{11-\sqrt{3}}{4}$

16. (85б) Одредити вредности остале три тригонометријске функције угла α ако је $\cos\alpha=\frac{4}{5}, \left(\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi\right)$.

17. (93ђ) Решити следећу једначину: $\sqrt[4]{5^{6-x}}=\sqrt[3]{5^{x+2}}$.

Решење: а) $x=-5/4$ б) $x=10/7$ в) $x=4/3$

18. (95в) Решити једначину: $2\cdot 4^{2x}-17\cdot 4^{x}+8=0$.

Решење: а) $x_1=2$, $x_2=\sqrt{2}$ б) $x_1=-1/2$, $x_2=3/2$ в) $x_1=0$, $x_2=1$

19. (97д) Израчунати: $\log_{2/3}\frac{16}{81}$.

Решење: а) 1 б) 4 в) 2

20. (99г) Следећи израз свести на један логаритам:

$\log_a 7+3\log_a\sqrt{5}-\frac{1}{2}\log_a 11^3$.

Смер:

Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ЈУЛ 2014 (други термин)

- исписати поступак при решавању задатака или заокружити слово испред тачног одговора -

1. (3а) Одредити $P(x)\cdot Q(x)$ ако је: $P(x)=x^2-2x+5$, $Q(x)=x-3$.

Решење: а) $x^3-3x^2+4x-15$ б) $x^3-5x^2+11x-15$ в) $x^3-3x^2+2x-15$

$(x^2-2x+5)\cdot(x-3)=x^3-3x^2-2x^2+6x+5x-15$

$=x^3-5x^2+11x-15$

2. (9д) Извршити назначене операције са разломцима: $\dfrac{1}{a^2-b^2}+\dfrac{1}{a^2-2ab+b^2}$.

$\dfrac{1}{(a-b)(a+b)}+\dfrac{1}{(a-b)^2}=\dfrac{a-b+a+b}{(a-b)^2(a+b)}=\dfrac{2a}{(a-b)^2(a+b)}$

3. (18) Ако једну страницу правоугаоне њиве повећамо за 8%, а другу смањимо за 3%, за колико процената ће се променити површина њиве?

Решење: а) 4,76% б) 95,24% в) 5%

$(1{,}0476-1)\cdot 100=4{,}76\%$ повећање

a, b $\quad P_1=a\cdot b$

$a\cdot 1{,}08$, $b\cdot 0{,}97$

$P_2=a\cdot b\cdot 1{,}08\cdot 0{,}97$

$=a\cdot b\cdot 1{,}0476$

$=P_1\cdot 1{,}0476$

4. (32) Један брод може да стигне до обале за 8 дана ако прелази дневно 168 морских миља. Колико морских миља мора да прелази дневно да би на обалу стигао један дан раније?

Решење: а) 147 б) 174 в) 192

8 дана ↓ 168 миља м. ↑

7 дана x

$x:168=8:7$

$\Rightarrow x=\dfrac{168\cdot 8}{7}=192$ миље.

5. (33б) Решити једначину: $3{,}2x-6{,}5=4{,}9x-12{,}4$.

Решење: а) $x=4/7$ б) $x=59/17$ в) $x=-12/5$

$3{,}2x-4{,}9x=6{,}5-12{,}4$

$-1{,}7x=-5{,}9$

$x=\dfrac{59}{17}$

6. (42) У функцији $y=(4k-1)x-k+3$ одредити параметар k тако да функција буде опадајућа и да њен график сече позитиван део y-осе.

Решење: а) $k<1/4$ б) $k>3$ в) $k<3$

$$\begin{matrix} 4k-1<0 \\ 3-k>0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 4k<1 \\ k<3 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} k<1/4 \\ k<3 \end{matrix} \Rightarrow k<1/4$$

7. (45г) Решити систем једначина: $\begin{matrix} \dfrac{x}{15}+\dfrac{y}{10}-4=0 & /\cdot 30 \\ \dfrac{x}{6}-\dfrac{y}{5}-1=0 & /\cdot 30 \end{matrix}$

Решење: а) $(x,y)=(30,20)$ б) $(x,y)=(10,40)$ в) $(x,y)=(-20,15)$

$$\begin{matrix} 2x+3y=120 & /\cdot 2 \\ 5x-6y=30 & + \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2x+3y=120 \\ 9x=270 \end{matrix} \Rightarrow x=30 \Rightarrow 3y=120-60 \Rightarrow 3y=60 \Rightarrow y=20$$

$(x,y)=(30,20)$

8. (54а) Решити систем неједначина: $\begin{matrix} x+2>0 \\ 2x-3\le 0 \end{matrix}$.

Решење: а) $x\ge 3/2$ б) $x<-2$ в) $-2<x\le 3/2$

$$\begin{matrix} x>-2 \\ x\le 3/2 \end{matrix} \Rightarrow -2<x\le 3/2$$

9. (58д) Израчунати: $\dfrac{(-5)^{-4}\cdot 25^{14}}{125^6}$.

$$\frac{5^{-4}\cdot(5^2)^{14}}{(5^3)^6}=\frac{5^{-4}\cdot 5^{28}}{5^{18}}=5^{-4}\cdot 5^{10}=5^6$$

Решење: а) 5^{10} б) 5^6 в) 5^{-2}

10. (61б) Рационалисати израз: $\dfrac{\sqrt{7}}{2-\sqrt{3}}$.

$$\frac{\sqrt{7}}{2-\sqrt{3}}\cdot\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{7}+\sqrt{21}}{4-3}=2\sqrt{7}+\sqrt{21}$$

11. (63и) Извршити назначене операције: $\dfrac{1-i}{2+3i}$.

Решење: а) $\dfrac{-1-5i}{13}$ б) $\dfrac{1+2i}{13}$ в) $\dfrac{2-3i}{13}$

$$\frac{1-i}{2+3i}\cdot\frac{2-3i}{2-3i}=\frac{2-3i-2i+3i^2}{2^2+3^2}=\frac{-1-5i}{13}$$

12. (67г) Решити следећу једначину: $x^2 = 4 - 3x$.

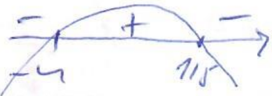
$$x^2+3x-4=0$$

$$x_{1,2} = \frac{-3\pm\sqrt{9+16}}{2} = \frac{-3\pm5}{2} \Rightarrow x_1=-4,\ x_2=1$$

13. (72г) Решити квадратну неједначину: $-5x^2-19x+4<0$.

Решење: а) $x\in(-4, 1/5)$ б) $x\in(-\infty,-4)\cup(1/5,+\infty)$ в) $x\in\{\ \}$

$$-5x^2-19x+4=0 \Rightarrow x_1=-4,\ x_2=\frac{1}{5}$$



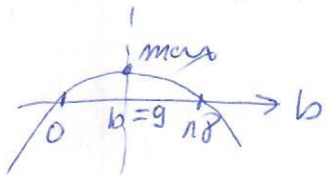
$x\in(-\infty,-4)\cup(\frac{1}{5},+\infty)$

14. (81) Број 18 раставити на два сабирка тако да њихов производ буде што већи.

$18=a+b \Rightarrow a=18-b$

$a\cdot b$ буде макс.

$\Rightarrow a\cdot b=(18-b)\cdot b$



$b=9$

$\Downarrow$

$a=9$

15. (82а) Израчунати вредност израза: $5\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)+4\cos0-3\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)+\cos\pi$.

$$=5\cdot1+4\cdot1-3\cdot(-1)+(-1)$$

$$=9+3-1=11$$

16. (86в) Доказати идентитет: $\operatorname{tg}^2\alpha+1=\frac{1}{\cos^2\alpha}$.

$$\operatorname{tg}^2\alpha+1=\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}+1=\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

17. (93а) Решити следећу једначину: $9^{-\frac{1}{x}}=3$.

Решење: а) $x=3$ б) $x=1/2$ в) $x=-2$

$$9^{-\frac{1}{x}}=3 \Rightarrow (3^2)^{-\frac{1}{x}}=3 \Rightarrow 3^{-\frac{2}{x}}=3^1$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{x}=1$$

$$\Rightarrow x=-2$$

18. (95ђ) Решити једначину: $2\cdot 4^x + 6^x = 9^x$.

Решење: а) $x = \log_{3/2} 2$ б) $x = 0$ в) $x = \log_2 \frac{3}{2}$

$2\cdot 2^x\cdot 2^x + 2^x\cdot 3^x = 3^x\cdot 3^x \ /:(2^x\cdot 2^x)$

$\Rightarrow 2 + \left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\left(\frac{3}{2}\right)^x\right)^2 \quad , \ t = \left(\frac{3}{2}\right)^x > 0$

$2 + t - t^2 = 0$

$\cancel{t_1 = -1} \ , \ t_2 = 2$

$\left(\frac{3}{2}\right)^x = 2$

$x = \log_{3/2} 2.$

19. (97г) Израчунати: $\log_3(\log_3 27)$.

Решење: а) -1 б) 0 в) 1

$= \log_3(\log_3(3^3)) = \log_3(3\log_3 3) = \log_3(3\cdot 1) = \log_3 3 = 1$

20. (100б) Решити једначину: $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$.

Решење: а) $x = 4$ б) $x = 16$ в) $x = 1$

$\log_{2^4} x + \log_{2^2} x + \log_2 x = 7$

$\frac{1}{4}\log_2 x + \frac{1}{2}\log_2 x + \log_2 x = 7 \quad /\cdot 4$

$\log_2 x + 2\log_2 x + 4\log_2 x = 28$

$7\log_2 x = 28 \Rightarrow \log_2 x = 4 \Rightarrow x = 2^4 = 16$

Смер: **Име и презиме:**

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, СЕПТЕМБАР 2014

- исписати поступак при решавању задатака или заокружити слово испред тачног одговора -

1. (4в) Одредити $P(x):Q(x)$ ако је: $P(x)=x^2-3x+7$, $Q(x)=x-1$.

$(x^2-3x+7) = x^2-x-2x+2+5$

$\Rightarrow \quad x^2-3x+7 = x(x-1)-2(x-1)+5 \quad / : (x-1)$

$\Rightarrow \quad \frac{x^2-3x+7}{x-1} = x-2+\frac{5}{x-1}$

2. (9в) Извршити назначене операције са разломцима: $\frac{16x-x^2}{x^2-4}+\frac{3+2x}{\underset{-(x-2)}{2-x}}-\frac{2-3x}{x+2}$.

Решење: а) $\frac{4x+3}{x^2-4}$ б) $\frac{5x-2}{x^2-4}$ в) $\frac{1}{x+2}$

$\frac{16x-x^2-(3+2x)(x+2)-(2-3x)(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{16x-x^2-3x-6-2x^2-4x+4-2x+3x^2-6x}{(x-2)(x+2)}$

$= \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{x+2}$

3. (20) Повећати 15000 за 250%, а затим смањити за 75%.

Решење: а) 9375 б) 13125 в) 14745

$15000\cdot\left(1+\frac{250}{100}\right)\cdot\left(1-\frac{75}{100}\right) = 15000\cdot 3,5\cdot 0,25 = 13125$

4. (21в) Одредити x из пропорције: $0,5:2\frac{3}{4}=2\frac{2}{3}:x$.

$\frac{5}{10}\cdot x = \frac{11}{4}\cdot\frac{8}{3} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{11}{4}\cdot\frac{8}{3}\cdot 2$

$x = \frac{44}{3}$

5. (33ј) Решити једначину: $(2x-1)^2+(x+7)^2=5x^2-9x+1$.

Решење: а) $x=0$ б) $x=17/19$ в) $x=-49/19$

$4x^2-4x+1+x^2+14x+49 = 5x^2-9x+1$

$10x+50 = -9x+1$

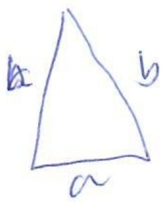
$19x = -49 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{49}{19}$

6. (43) У функцији $y = (3k+6)x + k - 7$ одредити параметар k тако да функција буде растућа и да њен график сече негативни део y-осе.

Решење: а) $-2 < k < 7$ б) $k < -2$ в) $k > 7$

$$\begin{matrix} 3k+6>0 \\ k-7<0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} k>-2 \\ k<7 \end{matrix} \Rightarrow -2<k<7$$

7. (51) Обим једнакокраког троугла је 30 cm, а разлика крака и основице је 3 cm. Израчунати основицу и крак троугла?



$a+2b=30$

$b-a=3 \Rightarrow \boxed{b=3+a}$

$a+6+2a=30$

$\Rightarrow 3a=24 \Rightarrow \boxed{a=8}$ $\boxed{b=11}$

8. (55е) Решити неједначину: $\dfrac{x-2}{x+1} \leq 3$.

Решење: а) $x \in (-\infty, -5/2] \cup (-1, +\infty)$ б) $x \in \{\ \}$ в) $x \in [-5/2, -1)$

$$\frac{x-2}{x+1} - 3 \leq 0 \Rightarrow \frac{x-2-3x-3}{x+1} \leq 0 \Rightarrow \frac{-2x-5}{x+1} \leq 0$$

$-2x-5=0 \Rightarrow x=-5/2$

$x+1=0 \Rightarrow x=-1$

	$-\infty$ … $-5/2$	$-5/2$ … -1	-1 … $+\infty$
$-2x-5$	+	−	−
$x+1$	−	−	+
	−	+	−

$x \in (-\infty, -5/2] \cup (-1, +\infty)$

9. (60б) Израчунати: $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^5} \cdot \sqrt[8]{x^7}$.

Решење: а) $x^{51/14}$ б) $x^{61/24}$ в) $x^{45/34}$

$$\sqrt[3]{x^2} \cdot x \cdot \sqrt[8]{x^7} = x \cdot \sqrt[24]{x^{16} \cdot x^{21}} = x \cdot \sqrt[24]{x^{37}} = x \cdot \sqrt[24]{x^{24} \cdot x^{13}} = x \cdot x \cdot x^{\frac{13}{24}} = x^{\frac{61}{24}}$$

10. (61ј) Рационалисати израз: $\dfrac{7}{\sqrt{32}+\sqrt{8}}$.

Решење: а) $\dfrac{7\sqrt{40}}{40}$ б) $\dfrac{7\sqrt{8}}{32}$ в) $\dfrac{7\sqrt{8}}{24} = \dfrac{7 \cdot 2\sqrt{2}}{24} = \dfrac{7\sqrt{2}}{12}$

$$\frac{7}{\sqrt{32}+\sqrt{8}} = \frac{7}{\sqrt{16 \cdot 2}+\sqrt{4 \cdot 2}} = \frac{7}{4\sqrt{2}+2\sqrt{2}} = \frac{7}{6\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{6 \cdot 2} = \frac{7\sqrt{2}}{12}$$

11. (65б) Израчунати вредност израза: $\dfrac{\bar{z}}{z-2}$ где је $z = 3 - 5i$.

Решење: а) $\dfrac{10-11i}{13}$ б) $\dfrac{-11+10i}{13}$ в) $\dfrac{10+11i}{13}$

$\bar{z} = 3+5i$

$z-2 = 1-5i$

$$\frac{\bar{z}}{z-2} = \frac{3+5i}{1-5i} \cdot \frac{1+5i}{1+5i} = \frac{3+15i+5i-25}{1+25} = \frac{-22+20i}{26} = \frac{-11+10i}{13}$$

12. (69в) Саставити квадратну једначину чија су решења: $x_1 = 3, x_2 = -10$.

$0 = (x-3)(x+10)$

$\Rightarrow 0 = x^2 + 10x - 3x - 13$

$\Rightarrow 0 = x^2 + 7x - 13$

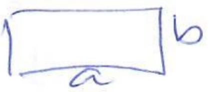
13. (72в) Решити квадратну неједначину: $x^2 + 6x + 15 < 0$.

Решење: а) $x \in (2,3)$ б) $x \in (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$ в) $x \in \{\ \}$

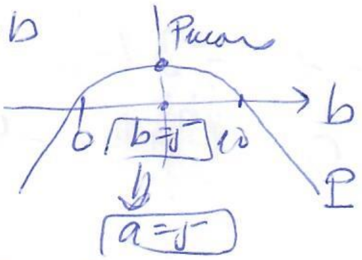
$x^2 + 6x + 15$

$\Rightarrow (x+3)^2 + 6 > 0$ za svaki $x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \in \{\ \}$

14. (80) Од свих правоугаоника обима 20 cm одредити онај који има највећу површину.



$P = (10-b) \cdot b$



$O = 2a + 2b = 20$

$\Rightarrow a + b = 10 \to a = 10 - b$

$P = a \cdot b$

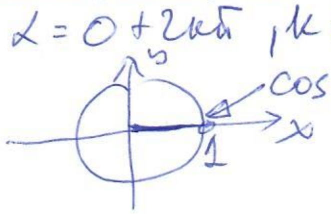
15. (82в) Израчунати вредност израза $\dfrac{2\cos\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{4}}{1 + \sin^2\frac{\pi}{4}}$.

Решење: а) $\sqrt{2}$ б) 1 в) $\sqrt{2}/3$

$$\frac{2 \cdot \frac{\sqrt2}{2} - \frac{\sqrt2}{2}}{1 + \left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^2} = \frac{\frac{\sqrt2}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt2}{3}$$

16. (89г) Одредити сва решења једначине: $\cos\alpha = 1$.

$\alpha = 0 + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$



17. (93в) Решити следећу једначину: $8^x = 7^{x-1} + 7^x$. $/ : 7^x$

Решење: а) $x = 1$ б) $x = 0$ в) $x = 2$

$\left(\frac{8}{7}\right)^x = \frac{1}{7} + 1 \Rightarrow \left(\frac{8}{7}\right)^x = \left(\frac{8}{7}\right)^1 \Rightarrow x = 1$

18. (95б) Решити следећу једначину: $2^{x+1} + 2^{x+2} - 2^x = 10$.

Решење: а) $x = 3$ б) $x = 0$ в) $x = 1$

$2^x \cdot (2^1 + 2^2 - 1) = 10 \Rightarrow 2^x \cdot 5 = 10 \Rightarrow 2^x = 2$

$\Rightarrow x = 1$

19. (97ж) Израчунати: $2^{4-\log_2 11}$.

Решење: а) 11/4 б) 16/11 в) 7/4

$$2^4 \cdot 2^{-\log_2 11} = 2^4 \cdot 2^{\log_2 (11^{-1})} = 2^4 \cdot 11^{-1} = \frac{16}{11}$$

20. (100ж) Решити једначину: $4-\log_2 x = 3\sqrt{\log_2 x}$.

Решење: а) $x = 2$ б) $x = 1$ в) $x = 4$

$0 \le t = \sqrt{\log_2 x}$, $\boxed{x>0}$, $\log_2 x \ge 0 \Rightarrow \boxed{x \ge 1}$ $\Rightarrow$ $x \ge 1$

$t^2 = \log_2 x$

$4 - t^2 = 3t$

$0 = t^2 + 3t - 4$

$t_1 = 1 \Rightarrow \sqrt{\log_2 x} = 1 \Downarrow \log_2 x = 1 \Downarrow x = 2$

$\cancel{t_2 = -4}$

Смер:

Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ОКТОБАР 2014
- исписати поступак при решавању задатака или заокружити слово испред тачног одговора -

1. (6е) Раставити на чиниоце следећи полином: $ax^3y^3 - 3ax^2y^2 + 3axy - a$.

Решење: а) $a(1-xy)^3$ б) $a(xy-1)^3$ в) $a(xy+1)^3$

$a(x^3y^3 - 3x^2y^2 + 3xy - 1) = a(xy-1)^3$

2. (9а) Извршити назначене операције са разломцима: $\frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} - \frac{2y}{x}$.

$$\frac{x(x+y)x + y(x-y)x - 2y(x^2-y^2)}{x(x-y)(x+y)} = \frac{x^3 + x^2y + x^2y - xy^2 - 2x^2y + 2y^3}{x(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x^3 - xy^2 + 2y^3}{x(x-y)(x+y)}$$

3. (20) Повећати 15000 за 250%, а затим смањити за 75%. Добиће се?

Решење: а) 9375 б) 13125 в) 39375

$15000 \cdot \left(1 + \frac{250}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{75}{100}\right) = 15000 \cdot 3{,}5 \cdot 0{,}25 = 13125$

4. (30) Углови троугла односе се као 2:3:4. Колики је највећи угао?

$\alpha : \beta : \gamma = 2 : 3 : 4 \Rightarrow \alpha = 2k,\ \beta = 3k,\ \gamma = 4k$

$\underline{\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ} \Rightarrow 2k + 3k + 4k = 180^\circ$

$\Rightarrow 9k = 180^\circ \Rightarrow \boxed{k = 20} \Rightarrow \gamma = 4 \cdot 20^\circ = \underline{\underline{80^\circ}}$

5. (33к) Решити једначину: $(x+2)^2 - (x-3)^2 + (x+4)^2 - (x+1)^2 = 0$.

Решење: а) $x = -5/8$ б) $x = 7/3$ в) $x = 3/4$

$\cancel{x^2} + 4x + 4 - \cancel{x^2} + 6x - 9 + \cancel{x^2} + 8x + 16 - \cancel{x^2} - 2x - 1 = 0$

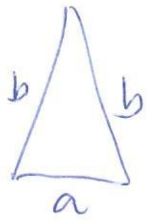
$16x = -10 \Rightarrow x = -\frac{5}{8}$

6. (43) У функцији $y=(3k+6)x+k-7$ одредити параметар k тако да функција буде растућа и да њен график сече негативни део y-осе.

Решење: а) $k>7$ б) $-2<k<7$ в) $k<-2$

$3k+6>0 \Rightarrow k>-2$
$k-7<0 \Rightarrow k<7$ $\Longrightarrow -2<k<7$

7. (51) Обим једнакокраког троугла је 30 cm, а разлика крака и основице је 3 cm. Израчунати основицу и крак.



$a+2b=30$
$b-a=3 \Rightarrow \boxed{a=b-3}$
$b-3+2b=30$
$\Rightarrow 3b=33$
$\Rightarrow \boxed{b=11} \longrightarrow \boxed{a=8}$

8. (55з) Решити неједначину: $(x-3)(x+2)>0$.

Решење: а) $x\in(-2,3)$ б) $x\in(-3,2)\cup(2,\infty)$ в) $x\in(-\infty,-2)\cup(3,\infty)$

$x\in(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$

9. (60г) Израчунати: $\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[6]{a^5b}\cdot\sqrt[12]{a^7b^{11}}$.

Решење: а) $\sqrt[12]{a\cdot b^2}$ б) $a\cdot b\cdot\sqrt[12]{a^2\cdot b}$ в) $a^2\cdot b\cdot\sqrt[12]{a\cdot b}$

$\sqrt[12]{(a^2)^4\cdot(a^5b)^2\cdot a^7b^{11}}=\sqrt[12]{a^8a^{10}b^2a^7b^{11}}=\sqrt[12]{a^{25}\cdot b^{13}}=\sqrt[12]{a^{24}\cdot a\cdot b^{12}\cdot b}$
$=a^2b\cdot\sqrt[12]{a\cdot b}$

10. (61ј) Рационалисати израз: $\dfrac{7}{\sqrt{32}+\sqrt{8}}$.

Решење: а) $\dfrac{7(\sqrt{32}+\sqrt{8})}{40}$ б) $\dfrac{7\sqrt{2}}{12}$ в) $\dfrac{7}{\sqrt{32}+\sqrt{8}}$

$\sqrt{32}=\sqrt{16\cdot2}=4\sqrt{2}$
$\sqrt{8}=\sqrt{4\cdot2}=2\sqrt{2}$

$\dfrac{7}{\sqrt{32}+\sqrt{8}}=\dfrac{7}{4\sqrt{2}+2\sqrt{2}}=\dfrac{7}{6\sqrt{2}}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{7\sqrt{2}}{6\cdot2}=\dfrac{7\sqrt{2}}{12}$

11. (66б) Израчунати x и y из једначине: $(x+yi)(3+i)=-9+7i$.

Решење: а) $(x,y)=(3,4)$ б) $(x,y)=(3,2)$ в) $(x,y)=(-2,3)$

$3x+xi+3yi+y\overset{=-1}{i^2}=-9+7i$ $(x,y)=(-2,3)$
$\Rightarrow (3x-y)+(x+3y)i=-9+7i$
$\Rightarrow 3x-y=-9 \longleftrightarrow 21-9y-y=-9$ $\boxed{x=7-9=-2}$
$x+3y=7 \Rightarrow \boxed{x=7-3y}$ $\Rightarrow -10y=-30$
$\Rightarrow \boxed{y=3}$

12. (71в) Скратити разломак: $\dfrac{x^2+2x-8}{x^2-2x}$. $= \dfrac{(x-2)(x+4)}{x(x-2)} = \dfrac{x+4}{x}$

$x^2+2x-8=(x-2)(x+4)$

$x^2-2x=x(x-2)$

13. (70а) Раставити на линеарне чиниоце: x^2-5x+4.

Решење: а) $(x+1)(x-4)$ б) $(x-1)(x-4)$ в) $(x-1)(x+4)$

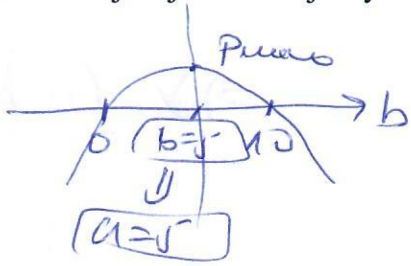
$x^2-5x+4=0$ $\quad x^2-5x+4=(x-1)(x-4)$

$x_1=1,\ x_2=4$

14. (80) Од свих правоугаоника обима 20 cm одредити онај који има највећу површину.

$P=a\cdot b$

$=(10-b)\cdot b$



$O=2a+2b=20$

$\Rightarrow a+b=10$

$\Rightarrow a=10-b$

15. (83г) Израчунати вредност израза: $\dfrac{\sin^2\frac{\pi}{6}+2\sin^2\frac{\pi}{4}}{3\cos^2\frac{\pi}{6}-\cos^2\frac{\pi}{4}}$.

Решење: а) $x=5/7$ б) $x=1$ в) $x=3/2$

$\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^2+2\cdot\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^2}{3\cdot\left(\frac{\sqrt3}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^2} = \dfrac{\frac14+2\cdot\frac12}{3\cdot\frac34-\frac12} = \dfrac{\frac54}{\frac74} = \dfrac57$

16. (90б) Одредити све углове $\alpha, 0<\alpha<2\pi$ за које је $\sin\alpha=-\cos\alpha$;

$\sin\alpha$ $\quad\cos\alpha$

$+\ +\ /\ -\ -$ $\quad -\ +\ /\ -\ +$

$\alpha \in \mathrm{II} \Rightarrow \alpha=\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$

$\alpha \in \mathrm{IV} \Rightarrow \alpha=2\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{4}$

17. (94а) Решити једначину: $\sqrt[3]{a}=a^{\frac{3x+2}{2}}$.

Решење: а) $x=0$ б) $x=-4/9$ в) $x=1/3$

$a^{1/3}=a^{(3x+2)/2} \Rightarrow \frac13=\frac{3x+2}{2} \Rightarrow 2=9x+6$

$\Rightarrow -4=9x \Rightarrow x=\frac{-4}{9}$

18. (95б) Решити следећу једначину: $2^{x+1}+2^{x+2}-2^x=10$.

Решење: а) $x=1$ б) $x=4$ в) $x=0$

$2^x(2+2^2-1)=10 \Rightarrow 2^x\cdot 5=10 \Rightarrow 2^x=2$

$\Rightarrow x=1$

19. (99а) Свести на један логаритам: $\log_a x + 2\log_a y - \log_a \pi$.

Решење: а) $\log_a(x \cdot 2y / \pi)$ б) $\log_a(x \cdot y^2 \cdot \pi)$ в) $\log_a(x \cdot y^2 / \pi)$

$\log_a x + \log_a y^2 - \log_a \pi = \log_a \frac{x \cdot y^2}{\pi}$

20. (100г) Решити једначину: $\log x = 2\log 4 + \frac{1}{3}\log 27 - \frac{1}{2}\log 64$.

Решење: а) $x = 10$ б) $x = 4$ в) $x = 6$

$\log x = \log 4^2 + \log \sqrt[3]{27} - \log \sqrt{64}$

$= \log \frac{4^2 \cdot \sqrt[3]{27}}{\sqrt{64}} = \log \frac{16 \cdot 3}{8} = \log 6$

$\Rightarrow \underline{x = 6}$